

Feuille d'exercices numéro 2

TD2 et mécanique du solide

PC, 11 septembre 2007

Exercice 1 (TD2) Une échelle de masse m et de longueur L glisse entre un mur (point de contact I) et le sol (point de contact J). On repère x l'abscisse de J , z l'abscisse de I et θ l'angle d'inclinaison de l'échelle par rapport à la verticale.

1. Déterminer les relations entre x , y et θ .
2. Quelle est la nature de la trajectoire de G ?
3. Déterminer les vitesses de glissement en I et en J .
4. Donner les expressions de \vec{L}_O et de Ec en fonction de θ , $\dot{\theta}$, m et L .

Exercice 2 Établir par une méthode dynamique les équations différentielles du pendule pesant et du rotor équilibré énoncés dans le cours. Retrouver par une méthode énergétique l'équation différentielle du pendule pesant. Donner la période des petites oscillations du pendule pesant.

Exercice 3 Un cylindre de rayon R , de hauteur h et de masse M tourne sans frottement autour d'un axe Δ horizontal, parallèle à son axe de symétrie et distant de celui-ci de $\frac{R}{2}$. Déterminer la période des petites oscillations de ce pendule pesant.

Exercice 4 L'oscillateur élastique (masse m en mouvement rectiligne horizontal sans frottement au bout d'un ressort de constante de raideur k) possède pour équivalent en rotation le système {solide en rotation autour d'un axe vertical passant par G , de moment d'inertie J , fixé au plafond par un fil de torsion colinéaire à l'axe de constante de raideur C }. Établir l'équation différentielle vérifiée par θ en utilisant le théorème du moment cinétique. En déduire l'expression énergétique de la loi et valider l'expression de l'énergie potentielle donnée dans le cours.

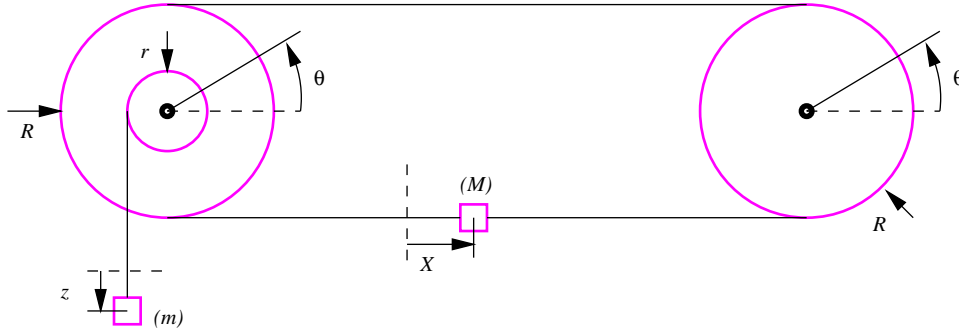
Exercice 5 On abandonne un cylindre de rayon R et de masse M , sans vitesse initiale en haut d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, l'axe du cylindre restant horizontal. Établir les équations horaires décrivant le mouvement du cylindre dans l'hypothèse d'un roulement sans glissement. Conclure.

Exercice 6 Dans le fond d'un bol hémisphérique de centre O et de rayon R , on lance une bille de rayon r et de masse M avec une vitesse initiale \vec{v}_0 horizontale et suffisamment faible pour que la bille ne monte pas plus haut que O . Calculer l'angle maximal mesuré par rapport à la verticale jusqu'auquel le centre de la bille montera dans l'hypothèse d'un roulement sans glissement.

Exercice 7 Une boule de rayon $R = 1m$ est faite d'un métal de masse volumique $\mu = 12\,000\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et de chaleur massique $c = 1\,300\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Elle est mobile en rotation autour d'un de ses diamètres. Elle est mise en rotation grâce à l'action d'un moteur qui développe un couple de $\Gamma_0 = 100\text{N} \cdot \text{m}$ et subit un couple de frottement fluide $-\alpha\omega$ avec $\alpha = 10\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$. Déterminer la loi horaire de la vitesse de rotation $\omega(t)$ à partir de l'arrêt. Calculer la vitesse limite de rotation en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$, l'énergie cinétique de la boule une fois lancée et l'échauffement que subira le métal lorsque, à l'extinction du moteur, on la laisse tourner jusqu'à l'arrêt.

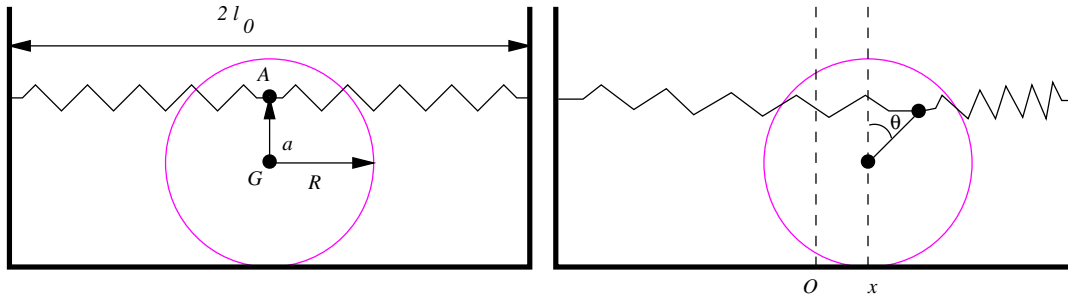
Exercice 8 On considère deux poulies identiques (rayon R , moment d'inertie J par rapport à l'axe de rotation horizontal autour duquel il y a rotation sans frottement) reliées par un fil inextensible de masse négligeable et ne glissant pas dans sa gorge. Une masse M est liée au fil reliant les deux poulies. L'une des deux poulies est solidaire d'un tambour de moment d'inertie négligeable et de rayon r auquel est liée une masselotte m suspendue par un fil. La masse m est

abandonnée sans vitesse initiale. Déterminer le mouvement de la masselotte (on arrête l'étude lorsque M touche la poulie de droite).



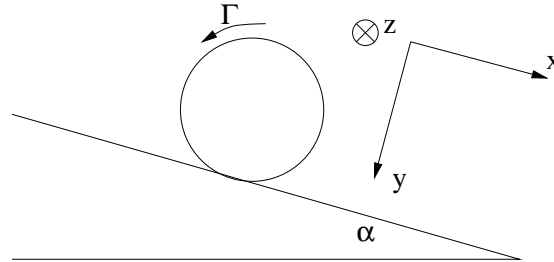
Exercice 9 Un cylindre de masse M et de rayon R est posé sans vitesse initiale sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On note f le coefficient de frottement ; déterminer l'angle limite α_0 de α en dessous duquel il y a roulement sans glissement et au dessus duquel il y a glissement. Déterminer complètement dans les deux cas ($\alpha < \alpha_0$ et $\alpha > \alpha_0$) le mouvement du cylindre, les coordonnées des forces appliquées et vérifier à chaque fois la validité des trois classes de théorèmes (résultante cinétique, moment cinétique, énergétique).

Exercice 10 Un cylindre de rayon R et de masse M roule sans glisser sur un support horizontal. Il est relié aux deux parois verticales par deux ressorts identiques (k, ℓ_0) dans une cavité de largeur $2\ell_0$ selon le schéma suivant :



Les variables qui décrivent le mouvement sont x et θ . Déterminer les équations horaires dans l'hypothèse des petites oscillations.

Exercice 11 Une roue de voiture est assimilée à un cylindre de masse M et de rayon R . Elle roule sans glisser sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. La vitesse de son centre, à la date $t = 0$, est $\vec{v} = v_0 \vec{u}_x$. L'action du frein s'assimile à un couple de moment $\vec{\Gamma} = -\Gamma_r \vec{u}_z$.



1. Déterminer la valeur minimale de Γ_r pour qu'il y ait freinage ; est-ce possible quel que soit α ?
2. Déterminer la valeur maximale de Γ_r pour qu'il n'y ait pas glissement.
3. Déterminer Γ_r pour que la distance d'arrêt soit minimale.