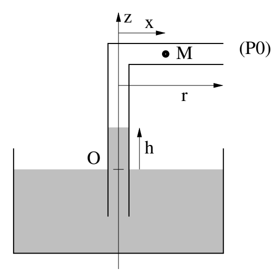
Travaux Dirigés numéro 6

Statique des fluides en référentiel non galiléen

PC, 8 octobre 2008

Exercice 1 Aspirateur rotatif Oral Centrale

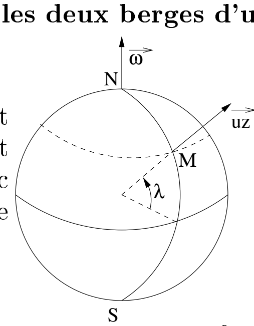
Dans le dispositif ci-contre, le tube coudé plonge dans un liquide de masse volumique μ. Il tourne à vitesse angulaire constante ω autour de l'axe (O, z). On note P_0 la pression de l'air extérieur.

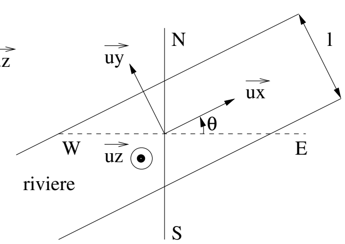


1. Le point M est repéré par son rayon x. On suppose que la masse volumique de l'air est une constante uniforme μ_0. Calculer la pression $P(x)$.
2. Le point M est repéré par son rayon x. On suppose que la masse volumique de l'air mais on prend maintenant en compte les variations de la masse volumique de l'air avec la pression. Calculer la pression $P(x)$.
3. On suppose désormais que la masse volumique de l'air est constante et uniforme μ_0. Déterminer la dénivellation h. Faire l'AN avec $\omega = 100\pi \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, $r = 0,100\mathrm{m}$ et $\mu = 10^3 \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

Exercice 2 Différence de niveau entre les deux berges d'une rivière Oral Centrale

Une rivière de largeur ℓ coule du sud-ouest vers le nord-est à la vitesse uniforme et constante $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{u}_x$ faisant un angle θ avec l'axe ouest-est en un point du globe terrestre de latitude $\lambda = 45°$.





Le référentiel terrestre est en rotation uniforme par rapport au référentiel géocentrique supposé galiléen. On note μ la masse volumique de l'eau.

1. Déterminer les coordonnées du vecteur ω dans la base $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$.
2. Écrire la condition d'équilibre de la particule de fluide dans le référentiel de la rivière. En déduire le système d'équations aux dérivées partielles vérifié par la pression P en fonction de μ, ω, g, θ et λ.
3. En déduire $P(x, y, z)$.
4. La surface libre de la rivière est définie par $P = P_0$. En déduire l'équation cartésienne de cette surface.
5. Calculer numériquement la valeur de ω et donner l'ordre de grandeur de v, en déduire une expression simplifiée de l'équation cartésienne de la surface de l'eau.
6. On se place dans le plan de coupe du lit de la rivière ($x = \mathrm{cste}$). On note Δh la différence de niveau entre l'eau sur la rive droite et la rive gauche. Donner l'expression de Δh en fonction de ℓ, ω, v, λ et g. Calculer numériquement ℓ pour quelques exemples de rivières et fleuves. Conclure.